

<http://mbiomorph67.ru/N-84-html/cont.htm>
<http://mbiomorph67.ru/N-84-html/TITL-84.htm>
<http://mbiomorph67.ru/>

<http://sgma.alpha-design.ru/MMORPH/N-84-html/cont.htm>
<http://sgma.alpha-design.ru/MMORPH/N-84-html/TITL-84.htm>
<http://sgma.alpha-design.ru/MMORPH/TITL.HTM>

УДК 612.766; 796.01

ИССЛЕДОВАНИЕ МОЩНОСТИ, РАЗВИВАЕМОЙ МЫШЕЧНОЙ СИСТЕМОЙ СПОРТСМЕНА

© 2024 г. Покатилов А. Е., Попов В. Н., Воронович Ю. В.

Рассмотрен энергетический баланс биомеханической системы при выполнении спортивного упражнения. Предложено мощность разделить на два вида: на механическую и биомеханическую. В исследовании показано, что мощность, определяемая в классической механике, в биомеханике спорта относится к естественному движению, которое не имеет цели и подчиняется только законам механики. Это механическая мощность. При выполнении спортивного упражнения человек двигается целенаправленно, выполняя определенную задачу. Такое движение обеспечивается мышечной системой, имеющей определенную анатомическую структуру. Здесь одна кость, притягивается к другой, и мощность необходимо рассчитывать не по общей угловой скорости каждого звена, а только по суставной.

Ключевые слова. Биомеханическая система, биомеханическая мощность, мышечная система, опорно-двигательный аппарат, спортивные упражнения.

Введение

В механике для кинематических цепей, подобных опорно-двигательному аппарату человека, разработана методика оценки энергетического баланса [1, 2]. В общем виде выражение баланса для нашего случая, т.е. анализа движения биомеханической системы (БМС), запишем как

$$N_{O_{i-1,i}}^{\delta} - N_{O_{i-1,i}}^{n.c} - N_{O_{i-1,i}}^m \pm N_{O_{i-1,i}}^u \pm N_{O_{i-1,i}}^{c.m} = 0, \quad (1)$$

где $N_{O_{i-1,i}}^{\delta}$ – мощность, развиваемая движущими силами;

$N_{O_{i-1},i}^{n.c}$ – мощность, затрачиваемая на преодоление полезных сопротивлений;

$N_{O_{i-1},i}^m$ – мощность, затрачиваемая на преодоление всех сил трения и других сопротивлений, относящихся к вредным;

$N_{O_{i-1},i}^u$ – мощность, затрачиваемая на изменение кинетической энергии рассматриваемой части БМС или, наоборот (в зависимости от знака), получаемая за счет изменения кинетической энергии рассматриваемой части БМС;

$N_{O_{i-1},i}^{c.m}$ – мощность, затрачиваемая на преодоление сил тяжести или, наоборот (в зависимости от знака), развиваемая силами тяжести.

Формула энергетического баланса, подобная уравнению (1), применяется при конструировании и исследовании механизмов и машин. Данное выражение справедливо и в случае биомеханических исследований движения спортсмена. Особенность появляется в расчетах конкретных мощностей, входящих в выражение (1).

При исследовании движения спортсмена в первую очередь необходимо обратить внимание на целенаправленное движение человека, т.е. на движение при котором для управления внутри тела вырабатываются мышечные силы [3, 4].

Обобщая, необходимо отметить, что целенаправленное движение человека, это и есть техника спортивного упражнения.

1. Механическая мощность

Если воспользоваться методами, разработанными в механике для вычисления мощностей и применяемыми при расчете механизмов, то для i -го звена мощности, развиваемые силой F_i при перемещении элемента du_k реального объекта, запишем в общем виде выражение

$$N_k = F_k \dot{u}_k \cos(F_k, du_k), \quad (2)$$

где $\cos(F_k, du_k)$ – косинус угла между направлениями вектора силы и вектора перемещения.

Если применить полученное уравнение (2) к звеньям биомеханической системы, то в общем виде для всей биомеханической системы можно записать

$$N_{БМС} = \sum_{s=1}^n F_s v_s \cos(F_s, \alpha_s) + \sum_{j=1}^n M_j \omega_j, \quad (3)$$

где v_s – скорость точки приложения i -й силы;

α_s – угол между направлением i -й силы и скоростью;

ω_j – угловая скорость j -го звена.

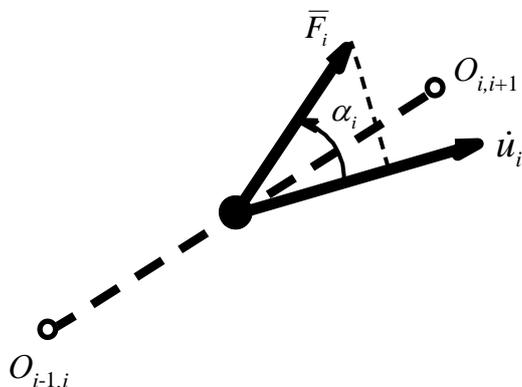


Рис. 1. Схема для определения механической мощности

На рисунке 1 показано взаимное направление векторов, используемых при расчете мощности по выражению (3). Исходя из этого и с учетом вращения звена со скоростью \dot{Q}_i , имеем

$$N_{БМС} = -\sum_{i=1}^N G_i \dot{Z}_{C_i} + \sum_{i=1}^N M_{i,i-1} \dot{Q}_i \quad (4)$$

Отметим, что целенаправленное движение

спортсмена обеспечивается за счет вращения звеньев в суставах биомеханической системы. Естественное же движение происходит благодаря силе тяжести, с учетом ее направления по отношению к положению биомеханической системы.

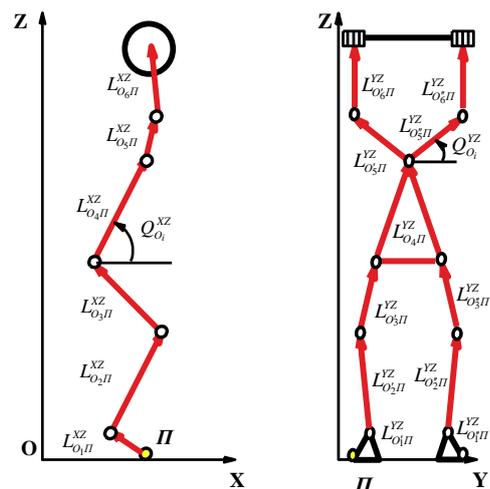
Таким образом, констатируем, что на механическую мощность оказывают влияние силы тяжести звеньев БМС. При этом они создают не только поступательное движение, но и вращательное тоже.

2. Биомеханическая мощность целенаправленного движения спортсмена

На рисунках 2 а) – з) показаны фрагменты видеосъемки рывка штанги весом 140 кг одной видеокамерой. На рисунках 3 а) и б) представлена кинематическая схема биомеханической системы, принятой при исследовании спортивных упражнений в тяжелой атлетике.



а) б) в) г)
 Рис. 2. Рывок. Штанга 140 кг



а) б)
 Рис. 3. Схема БМС

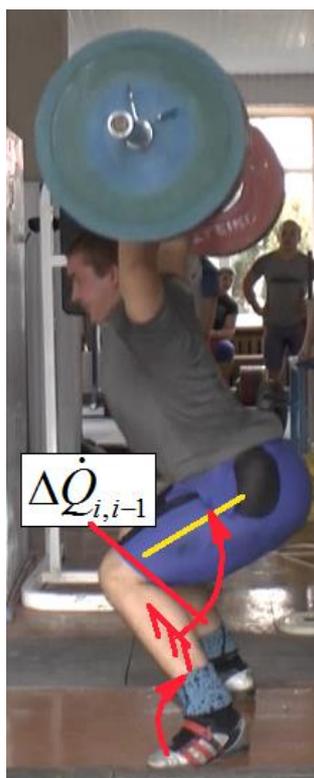


Рис. 4.

Относительность
 движения
 развивает мышечная система в целенаправленном движении БМС при вращении звена в суставе.

Особенность анатомии человека такова, что во время движения одна из костей в сопряженном суставе неподвижна, вторая же приводится к первой. Таким образом, констатируем, что динамика движения биомеханической системы в корне отличается от динамики движения любого механизма, хотя обе системы представляют собой кинематические цепи, возможно даже одинаковые. Причины движения разные. Движения сопряженных костей БМС осуществляются в относительном движении друг относительно друга, а значит, мощность должна рассчитываться не по угловой скорости, а по суставной скорости, то есть по разности угловых скоростей сопряженных звеньев.

На рисунке 4 показан рывок штанги в тяжелой атлетике, и обозначено, что голень разгибается относительно стопы с определенной угловой скоростью, а бедро разгибается относительно уже самой голени с суставной скоростью $\Delta\dot{Q}_{i,i-1}$. Поэтому нами было введено понятие биомеханической мощности, то есть именно той мощности, которую

Таким образом, биомеханическую мощность с учетом вращательного характера движения звеньев в суставах при выполнении рывка штанги можно

представить в виде уравнения

$$N_{БМС} = \sum_{i=1}^N M_{i,i-1} \Delta \dot{Q}_{i,i-1}, \quad (5)$$

где $M_{i,i-1}$ – момент управляющих сил мышечной системы БМС;
 $\Delta \dot{Q}_{i,i-1}$ – суставная угловая скорость между звеньями $i-1$ и i .

В уравнении (5) учтено, что движение БМС состоит только из вращательных движений звеньев в соответствующих i -ых суставах.

3. Модели механической мощности в биомеханике

В работах [3, 4] выведены уравнения естественного и целенаправленного движений в условиях жесткой опоры в форме уравнений Лагранжа второго рода. Покажем их, одновременно приведя индексацию и обозначения к виду, принятому в данной статье. Имеем для естественного движения N -звенной системы уравнение в компактной форме:

$$\sum_{k=1}^N A_{ik} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_i) - \sum_{k=1}^N A_{ik} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_i) = -Z_i \cos Q_i, \quad (6)$$

$$i=1, 2, \dots, N.$$

Здесь правая часть представляет собой обобщенную силу F_i :

$$F_i = Z_i \cos Q_i. \quad (7)$$

Параметр Z_i равен

$$Z_i = + \left(\sum_{p=i+1}^N G_p L_i + G_i S_i \right), \quad (8)$$

т.к. внешней силой, приложенной к ЦМ звеньев, является сила тяжести.

В математической форме учет управляющих воздействий мышечных сил на биомеханику движения заключается во введении в правую часть уравнений естественного движения управляющих моментов мышечных сил в суставах $M_{i,i-1}$. Уравнения предстают в форме алгебраической суммы слагаемых $M_{i,i-1} - M_{i+1,i}$, где

$$M_{i+1,i} \neq 0, \text{ если } i < N \text{ и } M_{i+1,i} = 0, \text{ если } i = N. \quad (9)$$

Приведем в развернутой форме уравнения естественного движения человека в виде уравнений Лагранжа второго рода для трехзвенника по работе [4]:

$$\begin{aligned}
 & A_{11}\ddot{Q}_1 \cos(Q_1 - Q_1) + A_{12}\ddot{Q}_2 \cos(Q_2 - Q_1) + A_{13}\ddot{Q}_3 \cos(Q_3 - Q_1) - \\
 & - A_{11}\dot{Q}_1^2 \sin(Q_1 - Q_1) - A_{12}\dot{Q}_2^2 \sin(Q_2 - Q_1) - A_{13}\dot{Q}_3^2 \sin(Q_3 - Q_1) + \\
 & + Z_1 \cos Q_1 = 0, \\
 & A_{21}\ddot{Q}_1 \cos(Q_1 - Q_2) + A_{22}\ddot{Q}_2 \cos(Q_2 - Q_2) + A_{23}\ddot{Q}_3 \cos(Q_3 - Q_2) - \\
 & - A_{21}\dot{Q}_1^2 \sin(Q_1 - Q_2) - A_{22}\dot{Q}_2^2 \sin(Q_2 - Q_2) - A_{23}\dot{Q}_3^2 \sin(Q_3 - Q_2) + \\
 & + Z_2 \cos Q_2 = 0, \\
 & A_{31}\ddot{Q}_1 \cos(Q_1 - Q_3) + A_{32}\ddot{Q}_2 \cos(Q_2 - Q_3) + A_{33}\ddot{Q}_3 \cos(Q_3 - Q_3) - \\
 & - A_{31}\dot{Q}_1^2 \sin(Q_1 - Q_3) - A_{32}\dot{Q}_2^2 \sin(Q_2 - Q_3) - A_{33}\dot{Q}_3^2 \sin(Q_3 - Q_3) + \\
 & + Z_3 \cos Q_3 = 0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Выражения (10) в компактном виде можно записать как:

$$\sum_{k=1}^N A_{ik} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_i) - \sum_{k=1}^N A_{ik} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_i) + Z_i \cos Q_i = 0. \tag{11}$$

Подставим в полученное выражение параметр Z_i из уравнения (8).
 Получим

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^N A_{ik} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_i) - \sum_{k=1}^N A_{ik} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_i) + \\
 & + \left(\sum_{p=i+1}^N G_p L_i + G_i S_i \right) \cos Q_i = 0.
 \end{aligned} \tag{12}$$

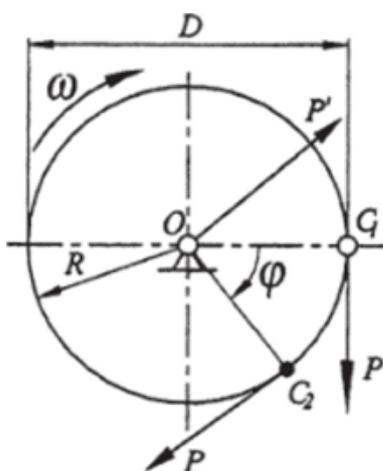


Рис. 5. Вращательное движение

На рисунке 5 показан случай вращательного движения. Такие схемы применяются в механике для расчета мощности вращательного движения механизмов. В этом случае формулу механической мощности через момент можно записать как

$$N = M\omega. \tag{13}$$

Отметим, что в данном случае мы рассматриваем только вращательное движение.

На рисунках б а) и б) показаны случаи естественного движения.

Здесь представлены различные варианты возможного естественного движения в спорте при выполнении упражнений. Считаем, что в данный момент времени тело спортсмена подчиняется только законам гравитации.

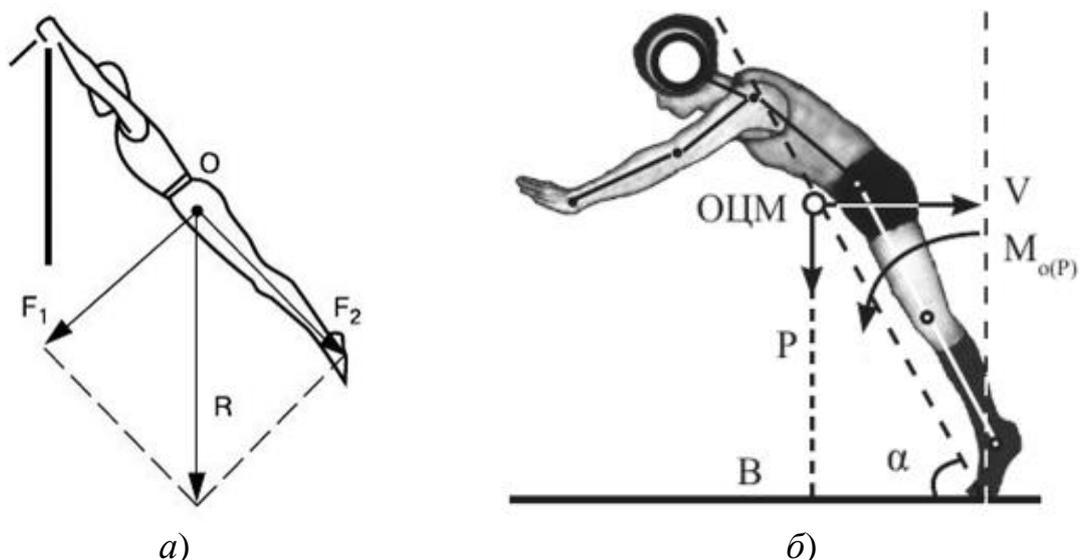


Рис. 6. Примеры естественного движения спортсмена

Тогда на основании уравнения (13) запишем механическую мощность для i -го звена через механический момент M_i^M в виде

$$N_i^M = M_i^M \dot{Q}_i. \quad (14)$$

А для всей БМС получим выражение механической мощности

$$N^M = \sum_{i=1}^n N_i^M = \sum_{i=1}^n M_i \dot{Q}_i. \quad (15)$$

Воспользуемся уравнениями (4) и (8). Мы исходим из того, что причиной механического движения без цели являются активные силы. В нашем случае это силы тяжести звеньев. И уравнение для механической мощности звена принимает вид

$$N_i^M = \left(\sum_{p=i+1}^N G_p L_i + G_i S_i \right) \cos Q_i \cdot \dot{Q}_i. \quad (16)$$

Используя уравнение (12), запишем с его помощью уравнение мощности. Умножим все члены выражения на угловую скорость звена \dot{Q}_i . Запишем

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N A_{ik} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_i) \cdot \dot{Q}_i - \sum_{k=1}^N A_{ik} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_i) \cdot \dot{Q}_i = \\ = \left(\sum_{p=i+1}^N G_p L_i + G_i S_i \right) \cos Q_i \cdot \dot{Q}_i. \end{aligned} \quad (17)$$

Тогда, преобразовывая данную формулу, запишем

$$N_i^M = \sum_{k=1}^N A_{ik} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_i) \cdot \dot{Q}_i - \sum_{k=1}^N A_{ik} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_i) \cdot \dot{Q}_i. \quad (18)$$

Учтем, что механическая мощность всей БМС является суммой механических мощностей звеньев. В этом случае на базе уравнений (16) и (18) для всей БМС выражения для механической мощности системы принимают вид

$$N^M = \sum_{i=1}^N N_i^M = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{p=i+1}^N G_p L_i + G_i S_i \right) \cos Q_i \cdot \dot{Q}_i. \quad (19)$$

$$N^M = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N A_{ik} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_i) \cdot \dot{Q}_i - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N A_{ik} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_i) \cdot \dot{Q}_i. \quad (20)$$

Здесь мощность движения создает сила тяжести.

4. Модели биомеханической мощности в спортивной гимнастике

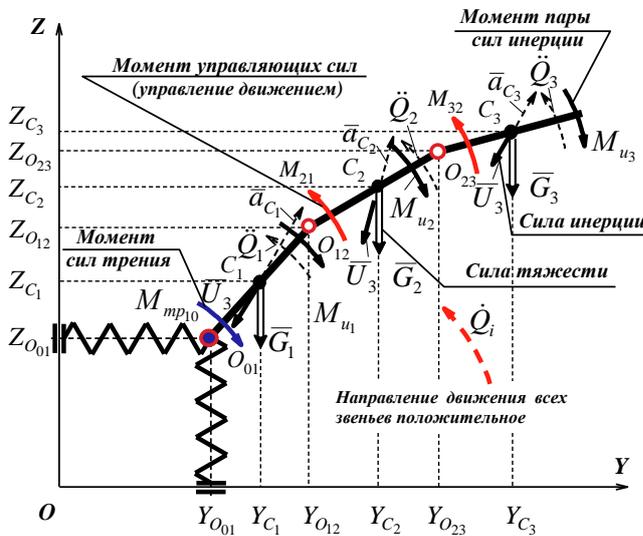


Рис. 7. Расчетная схема для спортивной гимнастики

На рисунке 7 представлена расчетная схема для спортивной гимнастики, как более сложного и общего случая движения [5]. Здесь учтены упругие свойства спортивного снаряда, моделируемые двумя пружинами. На схеме показаны все силовые факторы, на основании которых получены динамические уравнения движения, выведенные относительно моментов управляющих сил мышечной системы.

Так как мы определили разницу в моделях для механической и биомеханической мощностей, то на основании уравнения (5) запишем следующие механико-математические выражения. Для звена имеем биомеханическую мощность, равную

$$N_{i,i-1}^B = M_{i,i-1} \Delta \dot{Q}_{i,i-1}. \quad (21)$$

Для всей БМС биомеханическая мощность равна

$$N^B = \sum_{i=1}^n N_{i,i-1}^B = \sum_{i=1}^n M_{i,i-1} \Delta \dot{Q}_{i,i-1}. \quad (22)$$

Учтем разделение мощности по системам: спортивному снаряду и БМС. На этом основании запишем выражения для биомеханической мощности выделенной опоры и выделенной БМС. Имеем для звена соответственно

$$N_{i,i-1}^{B,OP} = -\ddot{L}_{0Г} \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin Q_j \cdot \Delta \dot{Q}_i + \ddot{L}_{0B} \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j \cdot \Delta \dot{Q}_i, \quad (23)$$

$$N_{i,i-1}^{B,БМС} = g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j \cdot \Delta \dot{Q}_i + \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_j) \cdot \Delta \dot{Q}_i - \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_j) \cdot \Delta \dot{Q}_i. \quad (24)$$

Тогда полная биомеханическая мощность звена равна

$$N_{i,i-1}^B = N_{i,i-1}^{B,OP} + N_{i,i-1}^{B,БМС}. \quad (25)$$

Полная биомеханическая мощность БМС в уравнении (25) находится как сумма мощностей всех звеньев по уравнениям (23) и (24).

Для выделенной опоры по уравнению (23), и выделенной БМС по уравнению (24) для всей системы запишем

$$N^{B,OP} = -\sum_{i=1}^n \ddot{L}_{0Г} \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin Q_j \cdot \Delta \dot{Q}_i + \sum_{i=1}^n \ddot{L}_{0B} \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j \cdot \Delta \dot{Q}_i, \quad (26)$$

$$N^{B,БМС} = \sum_{i=1}^n \left[g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j \cdot \Delta \dot{Q}_i + \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_j) \cdot \Delta \dot{Q}_i \right] - \sum_{i=1}^n \left[\sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_j) \cdot \Delta \dot{Q}_i \right]. \quad (27)$$

И тогда полная биомеханическая мощность всей БМС, затрачиваемая мышечной системой на целенаправленное движение, равна

$$N^B = N^{B,OP} + N^{B,БМС}. \quad (28)$$

В уравнении (28) полная биомеханическая мощность, развиваемая мышечной системой спортсмена, определена через сумму состояний двух систем: спортивного снаряда и самого спортсмена, т.е. человека.

5. Модели биомеханической мощности в тяжелой атлетике

Ранее, на рисунке 3 а) была показана кинематическая схема, применяемая в биомеханическом анализе при расчете рывка штанги в тяжелой атлетике. Биомеханическая система представлена в виде шестизвенника [6].

Таким образом, по схеме рисунка 3 а) видно, что моделируется только движение спортсмена. Движение снаряда в моделях не учитывается. И именно поэтому, модели, полученные для спортивной гимнастики, в части движения выделенной БМС, полностью подходят и для тяжелой атлетики. Имеем механическую мощность для звена по уравнению (8), равную

$$N_{i,i-1}^M = g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j \cdot \dot{Q}_i + \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_j) \cdot \dot{Q}_i - \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_j) \cdot \dot{Q}_i. \quad (29)$$

А для всей БМС получим

$$N^M = \sum_{i=1}^n N_{i,i-1}^M = \sum_{i=1}^n \left[g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j \cdot \dot{Q}_i + \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{Q}_k \cos(Q_k - Q_j) \cdot \dot{Q}_i - \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_j) \cdot \dot{Q}_i \right]. \quad (30)$$

Формулы (29) и (30) учитывают только движение спортсмена, без снаряда, как было в спортивной гимнастике.

Заключение

Разделение движения человека на естественное и целенаправленное, позволило разработать модели спортивных упражнений на энергетическом уровне. Для этого рассчитывают биомеханическую мощность движения, учитывающую то, каким образом приводится в движение каждая кость (звена) человеческого тела. Данный момент принципиально отличает от моделей расчета мощности в классической механике.

Также показано, что для мышечной системы не имеет смысла знак мощности – это все энергетические затраты организма и при любом направлении движения биомеханические мощности необходимо только суммировать.

Отметим, что расчетные модели мощности представлены в рекуррентной форме, что позволяет на их основе достаточно легко создавать компактные компьютерные программы для проведения вычислительного эксперимента для БМС с произвольным числом звеньев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин: учеб. для втузов / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Эрдеди, А.А. Теоретическая механика (для бакалавров) / А.А. Эрдеди, Н.А. Эрдеди. - М.: КноРус, 2018. – 416 с.
3. Загrevский, В.И. Модели анализа движений биомеханических систем / В. И. Загrevский. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 124 с.
4. Загrevский, В.И. Расчетные модели кинематики и динамики биомеханических систем / В. И. Загrevский. – Томск : Том. гос. пед. ун-т, 1999. – 156 с.
5. Покатилов, А.Е. Динамика изменения мощности движения в биомеханике / А.Е. Покатилов, А.М. Гальмак, Ю.В. Воронович, В.Н. Попов // Материалы XV Юбилейной Междунар. науч.-техн. «Техника и технология пищевых производств» / Могилев, 2023. Том 2 – С. 38-39.
6. Воронович, Ю. В. Сравнительный анализ выходной мощности, развиваемой тяжелоатлетами различной спортивной квалификации в упражнении "рывок" / Ю. В. Воронович, Д. А. Лавшук, А. Е. Покатилов, Р. В. Левков // Веснік МДУ. – 2022. – № 2 (60). – С. 63-70.

INVESTIGATION OF POWER DEVELOPED BY MUSCULAR SYSTEM OF AN ATHLETE

Pokatilov A. E., Popov V. N., Voronovich Yu.

The energy balance of the biomechanical system during the performance of a sports exercise is considered. It is suggested to divide the power into two types: mechanical and biomechanical. The study shows that the power defined in classical mechanics, in biomechanics of sports refers to natural movement, which has no purpose and obeys only the laws of mechanics. This is mechanical power. When performing a sports exercise, a person moves purposefully, fulfilling a certain task. Such movement is provided by a muscular system that has a certain anatomical structure. Here one bone is attracted to another, and the power must be calculated not by the total angular velocity of each link, but only by the joint velocity.

Key words. Biomechanical system, biomechanical power, muscular system, musculoskeletal apparatus, sports exercises.

Республика Беларусь
Могилёвский государственный университет продовольствия
Кафедра прикладной механики
Поступила в редакцию 26.11.2024.