

<http://mbiomorph67.ru/N-87-html/cont.htm>  
<http://mbiomorph67.ru/N-87-html/TITL-87.htm>  
<http://mbiomorph67.ru/>

<http://sgma.alpha-design.ru/MMORPH/N-87-html/cont.htm>  
<http://sgma.alpha-design.ru/MMORPH/N-87-html/TITL-87.htm>  
<http://sgma.alpha-design.ru/MMORPH/TITL.HTM>

УДК 612.766; 796.01

## БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ В СПОРТЕ

© 2025 г. Покатилов А. Е., Попов В. Н., Василевский А. А., Масейков А. А.

*Рассмотрены проблемы исследования пространственного движения спортсмена. Показана необходимость классификации видов расчетов при биомеханическом анализе и разработки специальных алгоритмов для компьютерных вычислений. Анализ на кинематическом уровне не требует особо сложных алгоритмов и здесь можно широко использовать рекуррентные формулы. На динамическом уровне предложено применять теорию графов, особенно при силовом анализе опорно-двигательного аппарата спортсмена. На данном этапе важным элементом является анализ статической неопределенности исследуемой биомеханической системы. Показано, что в зависимости от того статически определима или неопределенна принятая модель биомеханической системы, алгоритмы и методы биомеханического анализа пространственного движения существенно различаются.*

**Ключевые слова.** Алгоритм, биомеханическая система, графы, пространственное движение, силовой анализ, спортивные упражнения, статическая неопределенность.

### Введение

При биомеханическом анализе спортивных упражнений важнейшим моментом является выбор кинематической модели биомеханической системы (БМС), моделирующей опорно-двигательный аппарат человека. На рисунках 1 *а*) и *б*) показано моделирование упражнения в спортивной гимнастике. На рисунке 1 *а*) представлен спортсмен, на рисунке 1 *б*) – модель биомеханической системы.

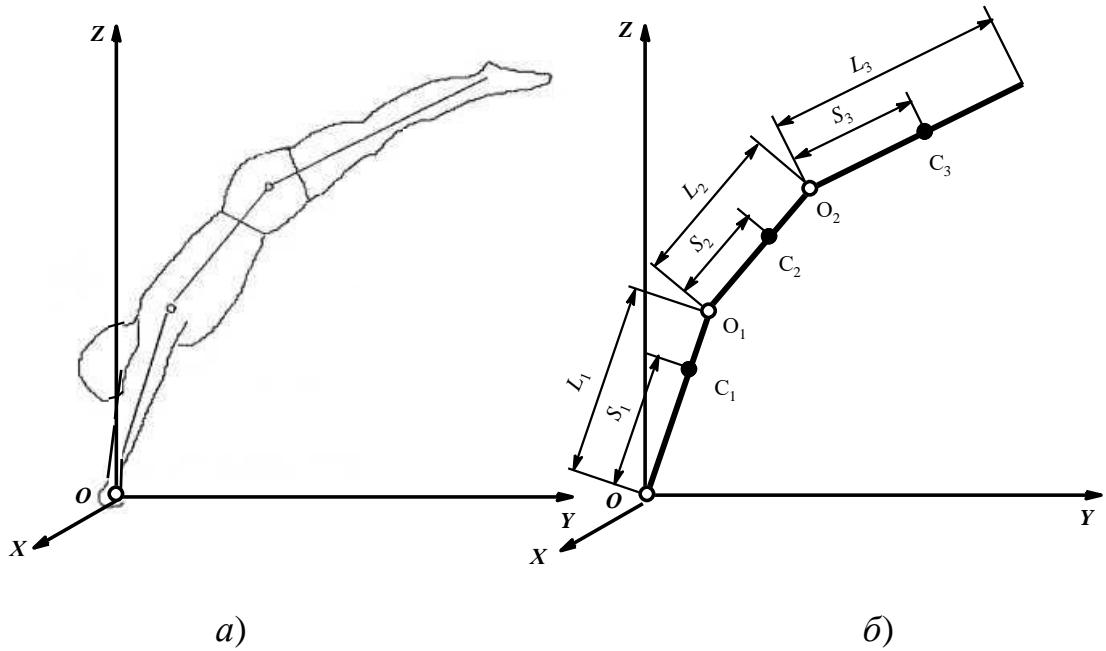


Рис. 1 – Моделирование опорно-двигательного аппарата человека

Представленная кинематическая цепь является разомкнутой простой и плоской. В этом случае любое искомое уравнение для  $i$ -го звена при биомеханическом анализе упражнения сводится к рекуррентному соотношению типа

$$f_i = f_{i-1} + u_i, \quad (1)$$

где  $f_i$  – уравнение, описывающее биомеханическое состояние  $i$ -го звена;  $f_{i-1}$  – уравнение, описывающее биомеханическое состояние  $(i-1)$ -го звена;

$u_i$  – свободный параметр, определяемый масс-инерционными характеристиками  $i$ -го звена и наложенными кинематическими связями.

Алгоритмы расчетных программ на ПЭВМ на основе соотношения (1) понятны и достаточно просты. Сложности появляются, когда кинематическая цепь становится более сложной и пространственной. На рисунках 2  $a$  и  $б$  показан фрагмент видеозаписи пространственного движения человека по технологии «компьютерного зрения».

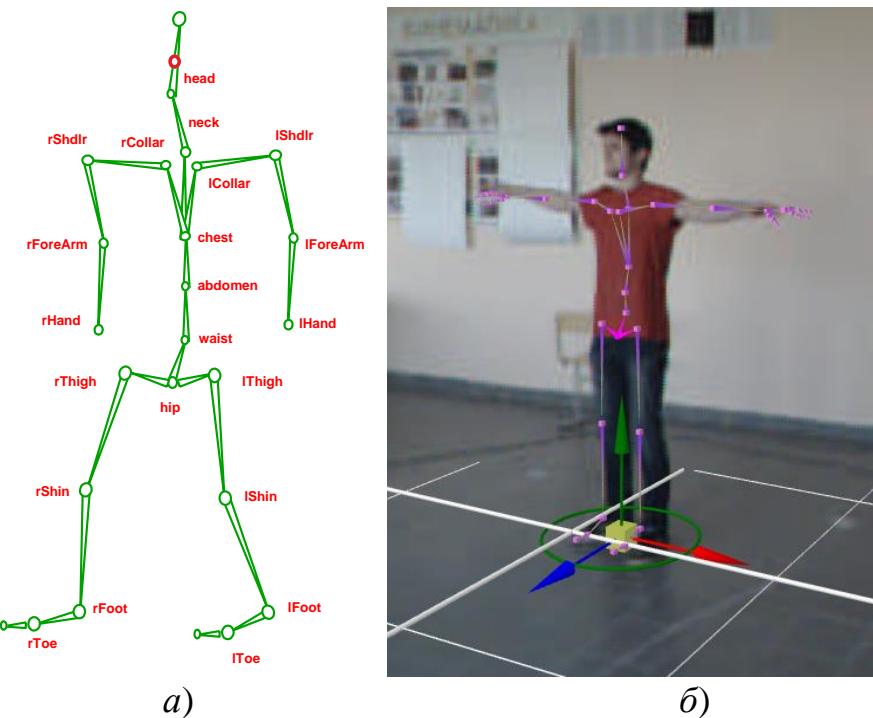


Рис. 2 – Видеозапись по технологии «компьютерного зрения»

На рисунке 2 *а*) дана пространственная модель биомеханической системы, а на рисунке 2 *б*) – начало компьютерного анализа движения БМС.

В этом случае необходимо разрабатывать как другие механико-математические модели движения спортсмена, так и другие алгоритмы расчетов по сравнению с моделями по рисунку 1 *б*).

## 1. Кинематические модели БМС

На рисунках 3 *а*) и *б*) показана модель опорно-двигательного аппарата человека. Известно, что у такой модели по рисунку 3 *а*) подвижность  $W$  равна 244 [1, 2]. На рисунке приведена расшифровка обозначений на схеме. Отметим, что все кинематические пары (суставы) схемы являются вращательными, но при исследовании локомоций не все они учитываются.

На рисунке 3 *а*) для опорно-двигательного аппарата человека выделены примерные положения суставов в технологии «компьютерного зрения».

На рисунке 3 *б*) показана схема, применяемая по технологии «компьютерного зрения» с указанием возможного числа степеней свободы в каждой кинематической паре (суставе) модели.

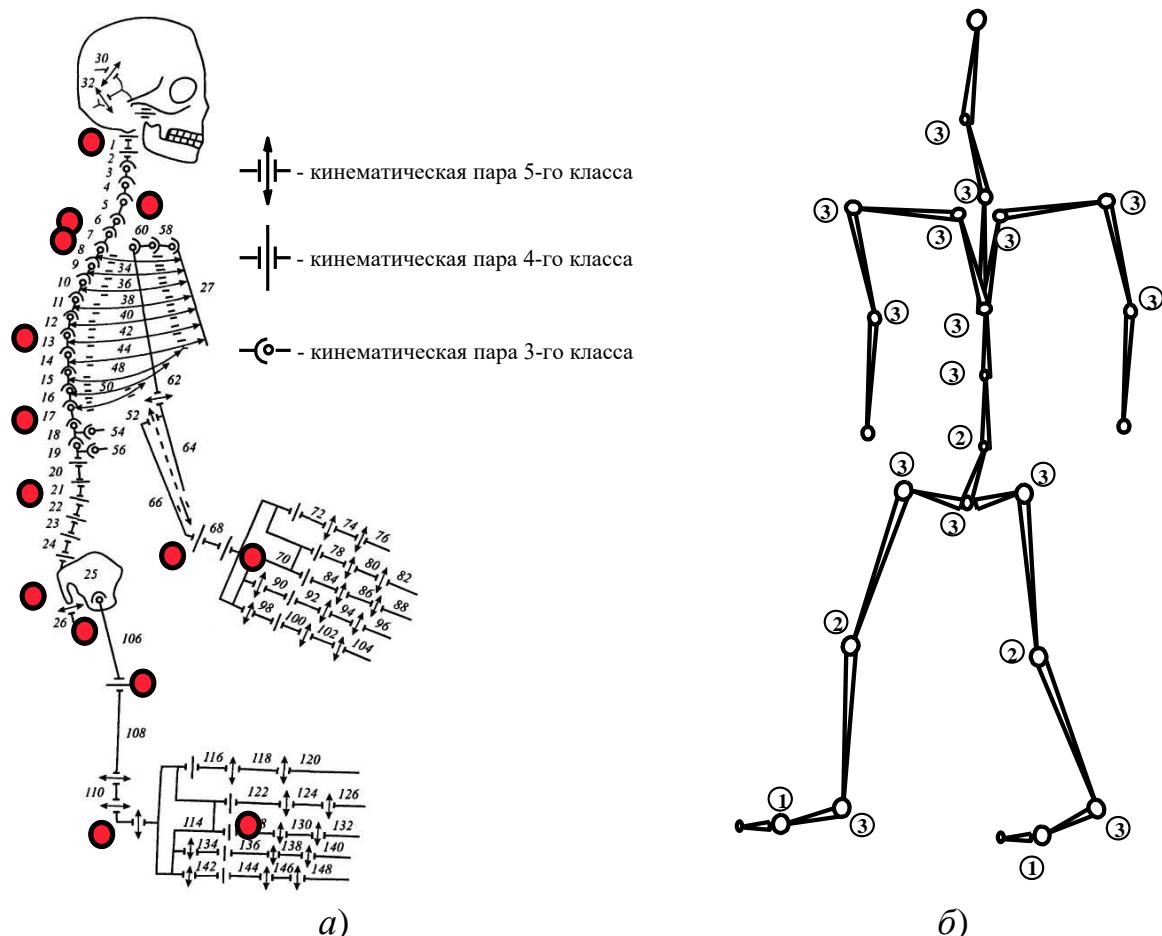


Рис. 3 – Расчетная схема опорно-двигательного аппарата человека

Цифры на схеме рисунка 3 б) примерные, так как движение в каждом суставе модели по данному рисунку обеспечивается многими кинематическими парами, в сумме позволяющими совершать вращательные движения относительно 2-х или 3-х осей сразу.

Отметим следующий момент: сама модель биомеханической системы по рисунку 3 б) в случае работы по технологии «компьютерного зрения» в каждом суставе имеет возможность независимого вращения относительно всех 3-х осей сразу. Ограничение движения возможно только при сопоставлении модели с анатомией реального тела человека. Поэтому такой подход дает определенную свободу и независимость при разработке математических моделей динамики и кинематики целенаправленного движения.

## 2. Общая структура уравнений динамики движения БМС

В случае исследования целенаправленного движения биомеханической системы объем вычислительных задач такой, что необходима автоматизация как на уровне проведения натурного эксперимента, так и на уровне вычислительного эксперимента на ПЭВМ. Подобные проблемы возникают в

биомеханике спорта при изучении техники спортивных упражнений в сложно-координированных видах спорта [3-5].

Таким образом, задача разбивается на несколько отдельных проблем:

- автоматизация получения исходных данных по координатам тела спортсмена в целом и каждой его части в отдельности;
- автоматизация проведения вычислительного эксперимента на ПЭВМ.

Ранее выполненные исследования авторов [2, 3] показали перспективность применения технологии «захвата движения» с помощью «компьютерного зрения». Результатом натурного эксперимента, проведенного с помощью данной технологии, является массив данных по линейным и угловым координатам в виде углов Эйлера в каждый момент времени [3]. Для этого ведется видеозапись спортивного упражнения камерами числом от 3 до 8 в программе «компьютерного зрения» с последующей расшифровкой каждого кадра в специальной программе.

Таким образом, «компьютерное зрение» представляет собой 2 специализированные компьютерные программы.

Дальнейшие этапы исследования связаны с разработкой теоретических моделей пространственного движения на кинематическом и динамическом уровнях, и проведением вычислительного эксперимента.

Констатируем, что все этапы исследования пространственного движения связаны между собой с учетом специфики получения экспериментальных данных и их обработки.

Так как в технологии «компьютерного зрения» применяется определенная модель биомеханической системы (БМС), моделирующая опорно-двигательный аппарат человека и показанная на рисунках 2 *а*) и 3 *б*), то и математические модели движения должны быть взаимосвязаны с этапом получения исходных данных для вычислительного эксперимента.

На рисунке 4 показана схема БМС и порядок, в котором желательно расставить все масс-инерционные характеристики БМС. Порядок показан на примере масс  $m_i$ . Это касается и положений центров масс звеньев (ЦМ) и центральных моментов инерции масс звеньев  $I_{Ci}$ .

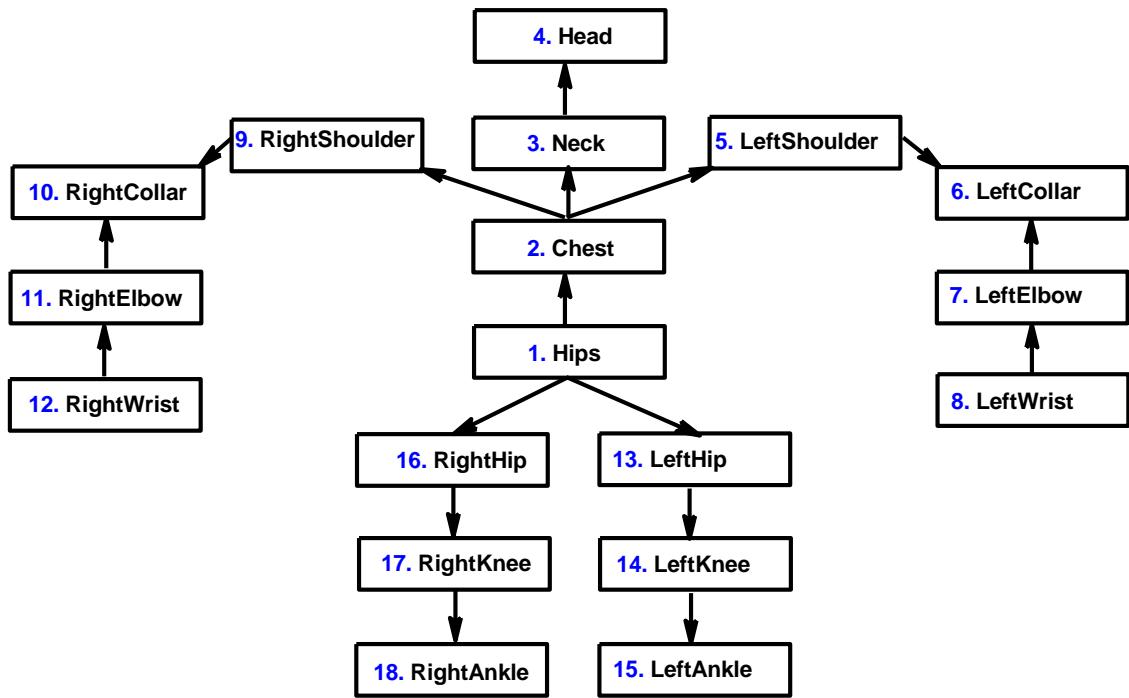


Рис. 4 – Порядок (номера) звеньев для расчета МИХ при использовании технологии «компьютерного зрения»

Выберем критерием для разработки структуры уравнений динамики тот факт, что при включении параметров звеньев в математические модели узлы графа (звенья) и дуги между ними (рис. 4) должны включаться в динамические модели только один раз при любом порядке обхода структур графа из любой вершины [3, 6, 7]. Анализ показывает, что для этого необходимо математическую модель разбить на 7 структурных единиц (блоков). Для примера запишем уравнение для суставной реакции в вертикальной плоскости в виде функциональной связи

$$F_i = f_1 + f_2 + \sum_{j=3}^{N_e} f_j + \sum_{j=5}^{N_p^x} f_j + \sum_{j=9}^{N_p^{xp}} f_j + \sum_{j=13}^{N_h^x} f_j + \sum_{j=16}^{N_h^{xp}} f_j, \quad (2)$$

гд  $F_i$  – уравнение, описывающее биомеханическое состояние  $i$ -го звена;  
 е

$f_1$  – уравнение, описывающее биомеханическое состояние 1-го звена (бедро);

$f_2$  – уравнение, описывающее биомеханическое состояние 2-го звена (туловище);

$\sum_{j=3}^{N_e} f_j$  – уравнение, описывающее биомеханическое состояние звеньев 3

и 4 (голова);

$\sum_{j=5}^{N_p^l} f_j$  – уравнение, описывающее состояние звеньев 5-8 (левая рука);

$\sum_{j=9}^{N_p^{np}} f_j$  – уравнение, описывающее состояние звеньев 9-12 (правая рука);

$\sum_{j=13}^{N_h^l} f_j$  – уравнение, описывающее состояние звеньев 13-15 (левая нога);

$\sum_{j=16}^{N_h^{np}} f_j$  – уравнение, описывающее состояние звеньев 16-18 (правая нога).

Структура рекуррентных уравнений в динамике (2) включает в себя 7 блоков, которые между собой не пересекаются, а являются продолжением друг друга, совместно составляя опорно-двигательный аппарат спортсмена. В случае расчета динамических характеристик конкретного звена или сустава, из выражения (2) исключаются функции, не влияющие на исследуемый элемент, а число звеньев соответствующей структуры  $N_e$  (голова),  $N_p^l$  (левая рука),  $N_p^{np}$  (правая рука),  $N_h^l$  (левая нога),  $N_h^{np}$  (правая нога) уменьшается при необходимости до номера изучаемого элемента.

На рисунках 5 *а), б)* и *в)* показана более подробно ситуация с подвижными и неподвижными точками опоры в динамике для БМС.

Во время выполнения приема в единоборствах по рисункам 5 *а), б), в)* меняется как вид контакта спортсмена с опорой, так и степень неопределенности всей системы. На рисунке 5 *а)* система является статически определимой, а на рисунке 5 *в)* скорее всего статически неопределенной, но этот вопрос необходимо исследовать дополнительно с учетом выполнения приема конкретным спортсменом.



Рис. 5 – Варианты опоры БМС и изменение степени статической неопределенности (по результатам натурного эксперимента)

Здесь на рисунке 5 *а*) опора неподвижна; на рисунке 5 *б*) опора БМС подвижна; на рисунке 5 *в*) и опора подвижна и подвижна точка удара

При этом в зависимости от техники выполнения приема конкретным спортсменом возможно принятия допущений об отсутствии определенных реакций связи. Этот факт делает ситуацию еще более неопределенной.

Например, опорная нога спортсмена на рисунке 5 *в*) может в данный момент как находиться в статике, так и совершать движения относительно опоры спортсмена (мата).

Этот момент подробнее освещен на рисунках 6 и 7. На рисунке 6 показан случай из спортивной гимнастики с опорной реакцией в одной точке. В случае опоры в двух точках по рисунку 7 биомеханическая система является статически неопределенной и необходимо вводить допущения, отказываясь от реакций в определенных направлениях в соответствии с техникой конкретного упражнения. Одно допущение для рисунка 7 уже принято, так как не учитывается опора стопы.

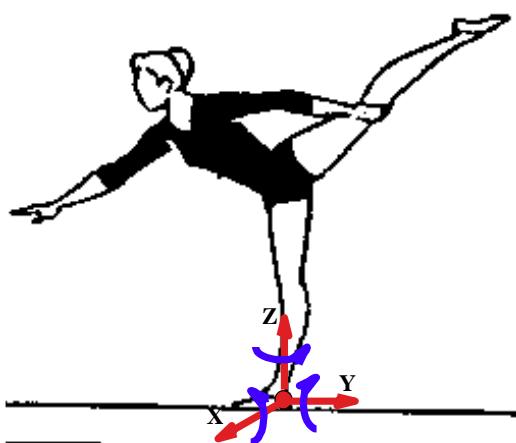


Рис. 6 – Упражнение на бревне  
(одна точка опоры)

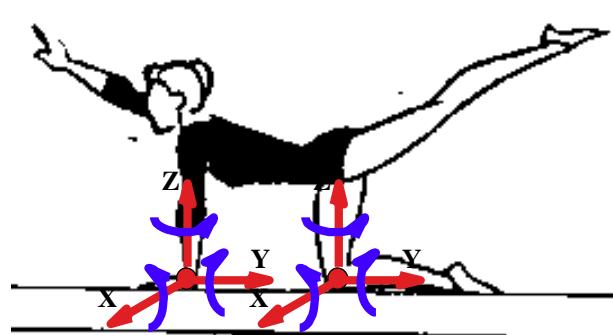


Рис. 7 – Расчетная схема для  
упражнения на бревне

На рисунках 8 *а*) и *б*) пространственная кинематическая схема биомеханической системы совмещена с изображением спортсмена во время выполнения удара ногой. Модель БМС является сложной незамкнутой кинематической цепью, показывающей основные звенья, благодаря которым появляется возможность проанализировать локомоции БМС.

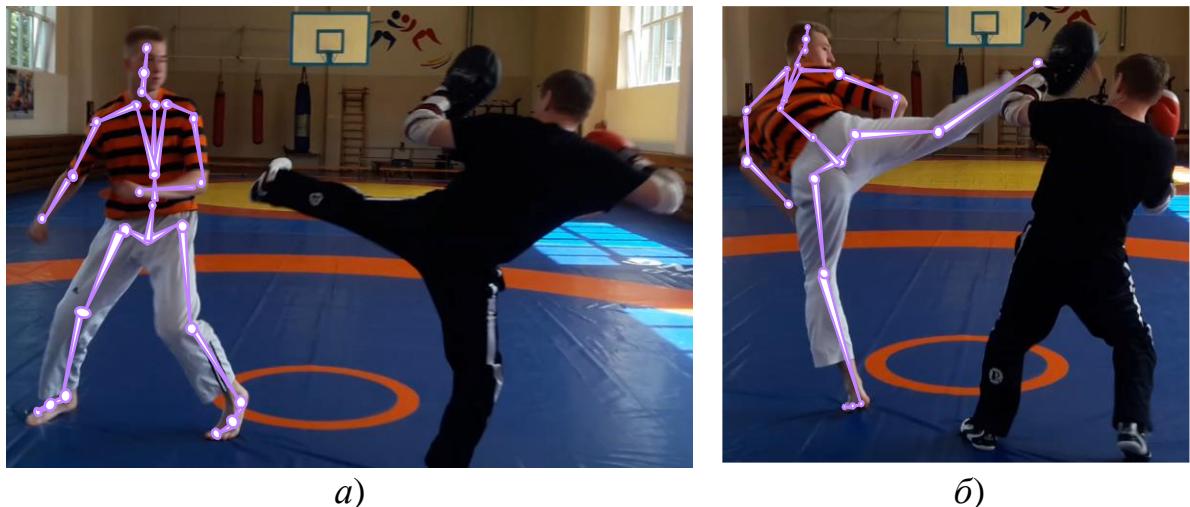


Рис. 8 – Моделирование движения БМС с помощью пространственной незамкнутой кинематической цепи

На рисунке 8 *а*) показано начало движения (прием), а на рисунке 8 *б*) – окончание приема (удар).

Исследование пространственного движения с помощью технологии «захвата движения» позволяет получить все пространственные положения звеньев биомеханической системы во время любого спортивного упражнения.

При использовании уравнений кинематики необходимо учитывать следующие моменты:

- положение полюса  $\Pi$ ;
- порядок нумерации звеньев в принятой модели;
- положение исследуемой характерной точки на кинематической схеме БМС.

На рисунках 9 *а)-в*) показаны различные способы выбора полюса на модели БМС при биомеханическом анализе [8].

На рисунке 9 *а*) при выполнении удара ногой с разворота в качестве полюса выбрана опорная нога. На следующем рисунке 9 *б*) спортсмен выполняет прямой удар рукой в корпус с подшагом. Здесь уже в качестве полюса выбрана область бедер, например, ОЦМ спортсмена. Далее на рисунке 9 *в*) полюс находится в области контакта руки с полом при выполнении спортсменом колеса.

Отметим, что выбор полюса может быть связан и со способом получения траекторных положений спортсмена по результатам видеосъемки. Так на рисунках 9 *а*) и 9 *в*) представлена технология «захвата движения», основанная на «компьютерном зрении». В ней начало координат компьютером выставлено относительно ног на рисунке 9 *а*) или руки по рисунку 9 *в*). На рисунке 9 *б*) полюс  $\Pi$  находится в точке, с которой начинается отсчет в графическом дереве.

При выполнении спортивных упражнений для сложных моделей БМС в наиболее общем случае нумерация звеньев мешает автоматизировать расчет

БМС за счет применения рекурсии в расчетных алгоритмах.

Можно предложить несколько путей решения этой проблемы:

- нумерация звеньев БМС по новой в каждом элементе движения, в котором меняется совокупность звеньев, входящих в конкретную модель движения на кинематическом уровне;
- разбиение схемы по рисунку 4 на блоки с неизменными и подряд идущими номерами звеньев в них. В таком же порядке разбиваются и механико-математические модели движения.

Отметим, что более перспективным является второй путь, первый крайне неудобен со всех точек зрения: и с логической, и вычислительной, и с точки зрения разработки расчетных алгоритмов. С логической точки зрения исследователю легко запутаться, где какое находится звено, так как все номера постоянно изменяются.

Второй путь, а именно разбиение схемы на блоки и формулирование расчетной задачи каждый раз из нового набора блоков, состоящих из неизменного набора звеньев, не является идеальным, но более прост и логически оправдан. Разберем его на основе графов.

Укажем, что с точки зрения дискретной математики модель биомеханической системы представляет собой графическое дерево той или иной степени сложности.

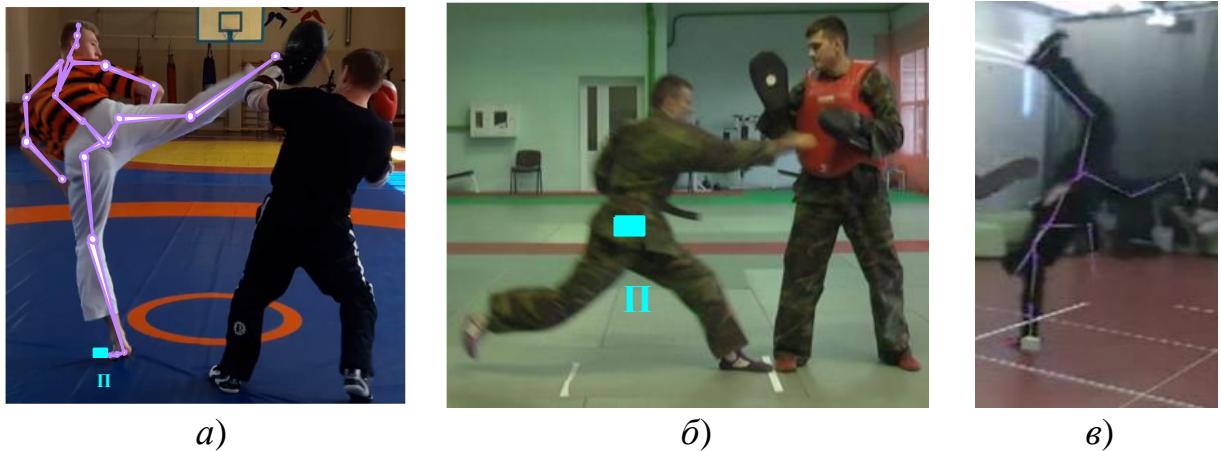


Рис. 9 – Варианты выбора полюса

Таким образом, мы рассматриваем биомеханическую систему с  $n$  числом контактов, в каждом из которых возникает  $k_i$  неизвестных внешних силовых факторов. Мы учитываем отличающееся число возникающих одновременно реакций в разных контактах. Тогда общее число неизвестных внешних реакций составит

$$Z = \sum_{i=1}^n k_i . \quad (3)$$

В нашем случае БМС необходимо рассматривать как одно тело. Расчленить его для нахождения внутренних реакций не получается, поэтому для статической определимости БМС должно соблюдаться условие

$$Z \leq 6. \quad (4)$$

И здесь возникают варианты, зависящие от спортивного упражнения и конкретной его фазы. Например, может быть, 6 точек контакта БМС и в каждой возникает по одной реакции. Может быть, и другой крайний случай – контакт один, но реакций в нем 6. Таким образом, можно предложить определенный порядок действия в виде алгоритма.

Алгоритм определения статической определимости [9]:

- разбить спортивное упражнение по фазам;
- для каждой фазы определить возможное число внешних реакций;
- при общем числе внешних реакций больше 6 путем принятия определенных допущений попытаться уменьшить число неизвестных реакций до 6;
- определить внешние реакции с помощью уравнений кинетостатики.
- выполнить силовой анализ для всей БМС.

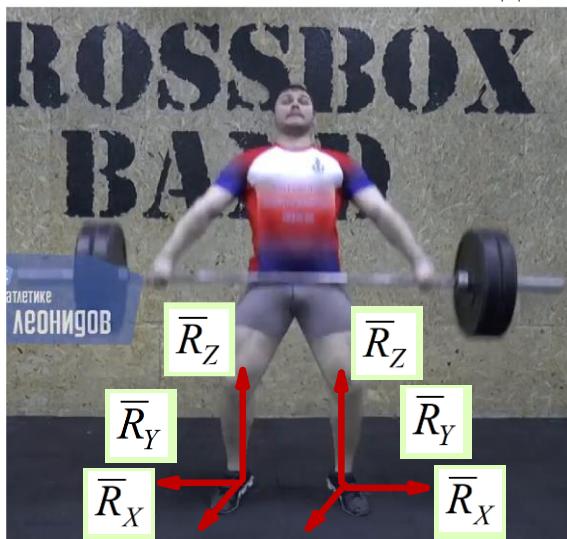


Рис.10 – Рывок штанги

равны. Это уменьшает общее число неизвестных сил с 6 до 3. Последний факт позволяет ввести еще три неизвестные реакции, например, моменты в опорных точках биомеханической системы.

Таким образом, констатируем, что в самом общем случае в каждом суставе возникает 6 реакций в виде сил и моментов. А это максимальное число для того, чтобы система была статически определимой. Тогда можно предложить следующий порядок силового анализа.

Алгоритм определения внутренних реакций:

- определяются все внешние реакции;

В качестве одного из допущений можно рассмотреть возможность принятия принципа симметричности, когда, например, контакт в опорных ногах, левой и правой, одинаков, соответственно равны и реакции [10]. При этом учитываем только силы, моменты считаем отсутствующими или незначительными. На рисунке 10 показана такая ситуация при анализе рывка штанги в тяжелой атлетике. Под левой и правой ногой соответствующие реакции попарно

соответствующие реакции попарно

- проводится анализ движения исследуемой фазы упражнения, отбрасываем реакции в направлениях, в которых отсутствуют внешние усилия;
- начиная с опорных точек БМС, последовательно проводим силовой анализ одного сустава;
- последовательно движемся от сустава к суставу, выполняя силовой анализ всей биосистемы.

На самом деле анализ техники рывка показывает, что движение спортсмена в этом случае является не плоским, а пространственным. Конечности биомеханической системы движутся во всех трех плоскостях, и зачастую это движение не является симметричным.

Так по результатам видеосъемки рывка штанги оказывается, что голень спортсмена отклоняется до максимума в горизонтальном направлении, то есть поворачивается во фронтальной плоскости в конечной фазе упражнения. Также хорошо просматривается сложный характер движения коленей – происходит смещение суставов влево-вправо, напоминая гармонические колебания.

На рисунке 11 *б*) показана фаза подседа при выполнении рывка. На рисунке 11 *а*) показано смещение правого локтевого сустава в процентах по отношению к длине правого плеча. Максимальное отклонение равно 14 %.

Подобная картина наблюдается и для левого локтевого сустава по рисунку 11 *в*). Смещение тоже достигает 14 % в обе стороны от первоначального положения при старте. Таким образом, по абсолютной величине смещение оказывается равным примерно 30 % с учетом смещения в обе стороны от первоначального положения сустава в начальной фазе рывка.

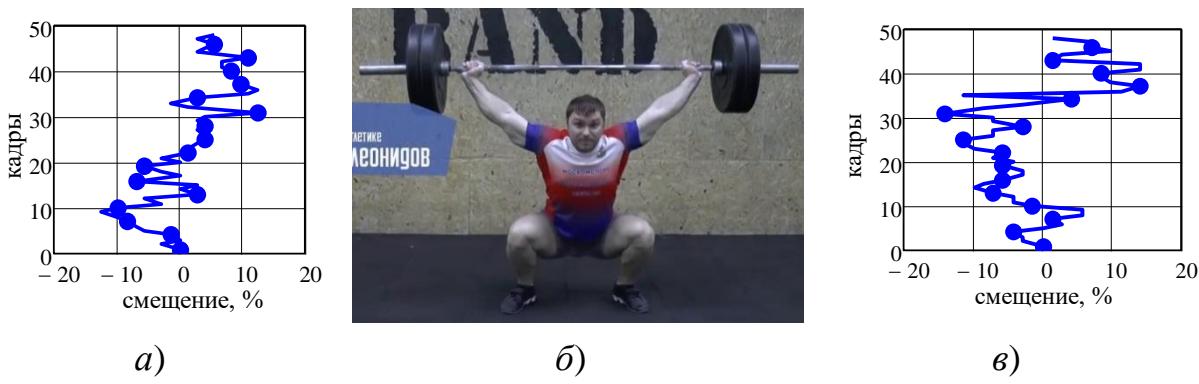


Рис. 11 – Рывок штанги. Перемещение локтевых суставов

На самом деле, картина движения локтевых суставов более сложная, чем коленных. Траектории коленных суставов по сути зеркальны по отношению друг к другу. Это отражает технику упражнения, здесь колени перемещаются синхронно, зеркально и одинаково.

На рисунках 11 *а*) и *в*) движение локтевых суставов до 35 кадра (фаза подседа) как и для колен, примерно зеркально, что означает одинаковое

смещение локтей друг относительно друга. А вот при дальнейшем движении спортсмена при подъеме из подседа и фиксации, смещение локтевых суставов происходит преимущественно в одну сторону, влево. Это означает перемещение самой штанги вместе с локтевыми суставами в горизонтальной плоскости и в одном направлении, без изменения расстояния между локтями.

Таким образом, анализ техники рывка показывает наличие движения звеньев биомеханической системы не только в сагиттальной плоскости, но также во фронтальной, и в горизонтальной плоскостях. Данный факт приводит к значительной ошибке в биомеханическом анализе при видеосъемке движения только в сагиттальной плоскости, без расчета или видео-фиксации движения звеньев во всех остальных направлениях.

### 3. Вычислительный эксперимент в тяжелой атлетике

На основе представленных алгоритмов проведения биомеханического анализа пространственных систем покажем результат вычислительного эксперимента рывка штанги в тяжелой атлетике. Штанга имеет вес 140 кг, упражнение выполнял мастер спорта РБ.

Здесь анализ влияния опорных и суставных реакций на структуру рывка штанги в тяжелой атлетике выполнен с использованием периодизации по Лукашеву А.А. [10].

На рисунке 12 представлена структура рывка штанги весом 140 кг, построенная по результатам силового анализа. Здесь выделено 8 фаз.

Имеем следующие фазы, указанные кратко:

- отрыв;
- предварительный разгон;
- амортизация;
- финальный разгон;
- взаимодействие при подседе;
- завершение подседа;
- подъем из подседа;
- фиксация.



Рис. 12 – Структура рывка при силовом анализе. Вес 140 кг

Здесь структура построена с учетом пространственного характера движения спортсмена. График построен для опорной реакции и весе спортсмена в 95 кг.

## Заключение

Пространственное движение спортсмена является самым сложным из всех видов движения, традиционно рассматриваемых при биомеханическом анализе спортивных упражнений. При этом, даже упражнения, анализируемые как плоское движения человека, часто оказываются пространственными. Такая ситуация наблюдается при рывке штанги в тяжелой атлетике.

Исследование показало, что при выполнении спортивных упражнений постоянно изменяется число неизвестных реакций – как опорных, так и суставных. Это требует анализа в каждой фазе упражнения, является ли расчетная схема в данный момент статически определимой или статически неопределенной. От данного момента зависят применяемые методы силового анализа и необходимость расчета степени статической неопределенности.

Проведенный вычислительный эксперимент на ПЭВМ рывка штанги весом 140 кг показал возможность силового анализа пространственного движения спортсмена в тяжелой атлетике с выявлением всех фаз упражнения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бегун, П. И. Биомеханика: учеб. для вузов / П.И. Бегун, Ю.А. Шукейло. – СПб. : Политехника, 2000. – 463 с.
2. Покатилов, А. Е. Проблемы исследования пространственного движения в спорте / А. Е. Покатилов, Ю. В. Воронович, Т. Д. Симанкова // Биомеханика двигательных действий и биомеханический контроль в спорте: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-практической конференции, 29-30 октября 2020 г., Москва / Рос. гос. акад. физ. культуры, спорта и туризма, Моск. гос. акад. физ. культуры; Под общ. ред. А. Н. Фураева, А. А. Шалманова, В. П. Губы. – М: ООО «Анта Пресс», 2020. – С. 89-93.
3. Покатилов, А. Е. Силовой анализ пространственной биомеханической системы с несколькими точками опоры / А. Е. Покатилов, В. Н. Попов // Техника и технология пищевых производств: материалы XIII Междунар. науч.-техн. конф., 23–24 апреля 2020 г., в 2-х т., Могилев / Учреждение образования «Могилевский государственный университет продовольствия»; редкол.: А. В. Акулич (отв. ред.) [и др.]. – Могилев: МГУП, 2020. – Т.2. – С. 189-190.
4. Попов, Г. И. Биомеханика: учебник для вузов / Г. И. Попов – М.: Академия, 2007. – 475 с.
5. Роман, Р. А. Пространственная точность движений тяжелоатлета, ее совершенствование и значение двигательного анализатора: автореф. дис. .... канд. пед. наук / Р.А. Роман; Гос. центр. Ордена Ленина ин-т физ. культуры. – М., 1965. – 23 с.
6. Омельченко, А.В. Теория графов / А.В. Омельченко. – М.: МЦНМО, 2018. – 436 с..
7. Оре, О. Теория графов: Монография / О. Оре. – 2-е издание. – М.: Наука, 1980. – 336 с.
8. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
9. Снитко, Н.К. Строительная механика / Н.К. Снитко. – М.: Высшая школа, 1980. – 432 с.
10. Воронович, Ю. В. Сравнительный биомеханический анализ пространственных показателей движения штанги в рывке у спортсменов высокой и средней спортивной квалификации / Ю. В. Воронович // Ученые записки университета имени П. Ф. Лесгафта. – 2018. № 5 (159). – С. 44–46.

## BIOMECHANICAL ANALYSIS OF ATHLETE'S SPATIAL MOVEMENT

Pokatilov A. E., Popov V. N., Vasileuski A. A., Maseikou A. A.

Problems of studying athlete's spatial movement are considered. The necessity of classifying types of calculations in biomechanical analysis and developing special algorithms for computer computations is shown. Kinematic level analysis does not require particularly complex algorithms, and recurrent formulas can be widely used here. For the dynamic level, it is proposed to apply graph theory, especially for the force analysis of the athlete's musculoskeletal system. At this stage, an important element is the analysis of static indeterminacy of the studied biomechanical system. It is shown that depending on whether the adopted biomechanical system model is statically determinate or indeterminate, the algorithms and methods for biomechanical analysis of spatial movement differ significantly.

**Key words.** Algorithm, biomechanical system, graphs, spatial movement, force analysis, sports exercises, static indeterminacy.

Республика Беларусь  
Могилёвский государственный университет продовольствия  
Кафедра прикладной механики  
Поступила в редакцию 18.09.2025.